

## Nouveau Régime

### Exercice 01 : 2019 Contrôle - 3 points

Une entreprise fabrique des pièces électroniques pour une marque de voitures.

Une étude statistique a prouvé que 6% des pièces fabriquées sont défectueuses.

L'unité de contrôle rejette 97% des pièces défectueuses et 2% des pièces non défectueuses.

On choisit une pièce au hasard et on la soumet à un test de contrôle.

On note D : "la pièce est défectueuse"

et R : "la pièce est rejetée par l'unité de contrôle"

- 1) Traduire la situation par un arbre pondéré de probabilité.
- 2) a) Calculer la probabilité que la pièce soit défectueuse et ne soit pas rejetée par l'unité de contrôle

b) On dit qu'il y a erreur de contrôle lorsque une pièce défectueuse est acceptée ou une pièce non défectueuse est rejetée. Calculer la probabilité pour qu'il y ait une erreur de contrôle

- 3) Montrer que la probabilité pour que la pièce soit acceptée est égale à 0.923

- 4) Pour la commercialisation de ses pièces, l'entreprise décide de faire passer chaque pièce à trois contrôles successifs mais indépendants :

- Si la pièce est acceptée par les trois contrôles, elle sera commercialisée avec le logo de la marque de voiture.
- Si la pièce est acceptée par deux contrôles, elle sera commercialisée sans le logo de la marque de voiture.
- Si la pièce est acceptée par un seul contrôle ou rejetée, elle sera détruite.

a) Montrer que la probabilité pour que la pièce soit commercialisée sans le logo de la marque de voiture est  $3 \times (0,923)^2 \times (0,077)$

b) Déterminer la probabilité pour que la pièce soit détruite.

### Exercice 02 : 2018 Contrôle - 3 points

Une urne contient six pièces de monnaie :

- quatre pièces sont équilibrées
- les deux autres pièces sont truquées de façon que la probabilité d'obtenir "FACE" est égale à  $\frac{2}{3}$ .

On tire une pièce de l'urne et on effectue  $n$  lancers successifs de cette pièce  $n \geq 1$ .

On considère les événements : • E : « la pièce tirée est équilibrée »

•  $F_n$  : « on obtient FACE pour les  $n$  lancers »

- 1) a) Déterminer  $p(E)$ ,  $p(F_1/E)$  et  $p(F_1/\bar{E})$

b) Montrer que  $p(F_1) = \frac{5}{9}$ .

- 2) Montrer que  $p(F_n) = \frac{1}{3} \left( \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1} + \left( \frac{2}{3} \right)^n \right)$

- 3) Soit  $X_n$  la variable aléatoire définie par :

$$\begin{cases} X_n = n & \text{si } F_n \text{ est réalisée} \\ X_n = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

a) Donner la loi de probabilité de  $X_n$

b) Déterminer l'espérance mathématique de  $X_n$

c) Dans la figure ci-jointe :

•  $(O, i, j)$  un repère orthonormé

• (C) la courbe de la fonction  $f$  définie

$$\text{sur } \mathbb{R}^+ \text{ par } f(x) = \frac{2}{3} \left( \left( \frac{1}{2} \right)^{x-1} + \left( \frac{2}{3} \right)^x \right)$$

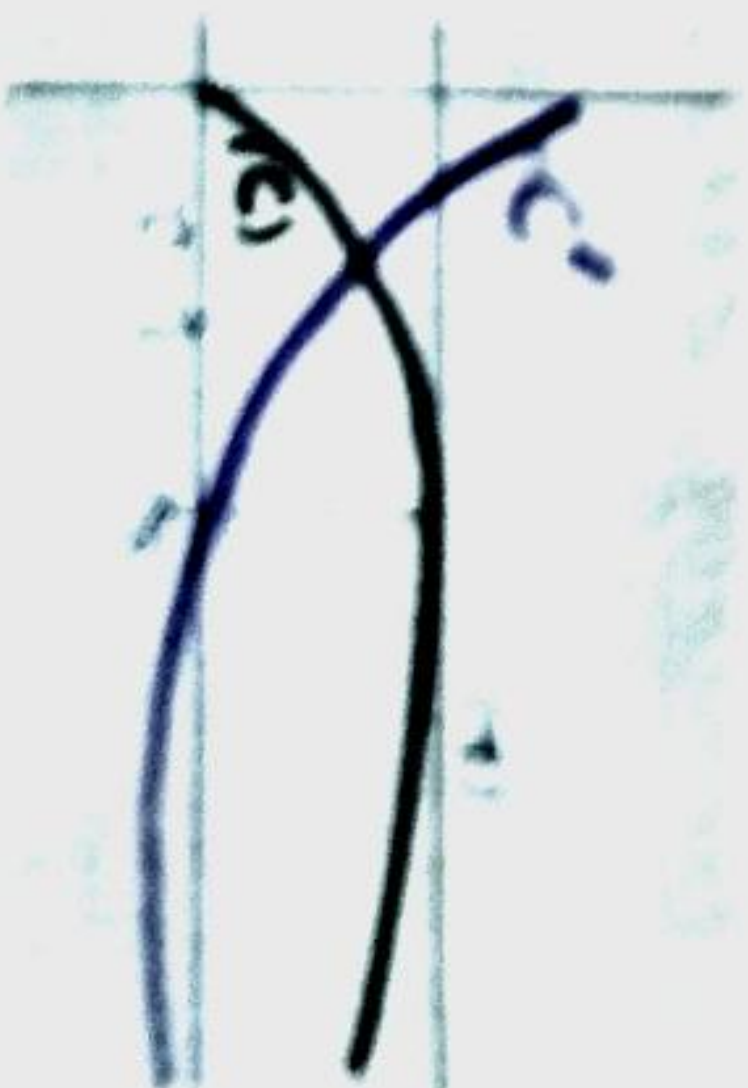
• (C') la courbe de la fonction dérivée  $f'$

• la courbe (C') coupe l'axe des abscisses

en un seul point d'abscisse  $x_0$

• (T) est la droite d'équation  $y = f(x_0)$

Exploiter le graphique pour déterminer l'entier  $n$  pour lequel l'espérance mathématique  $E(X_n)$  soit maximale.

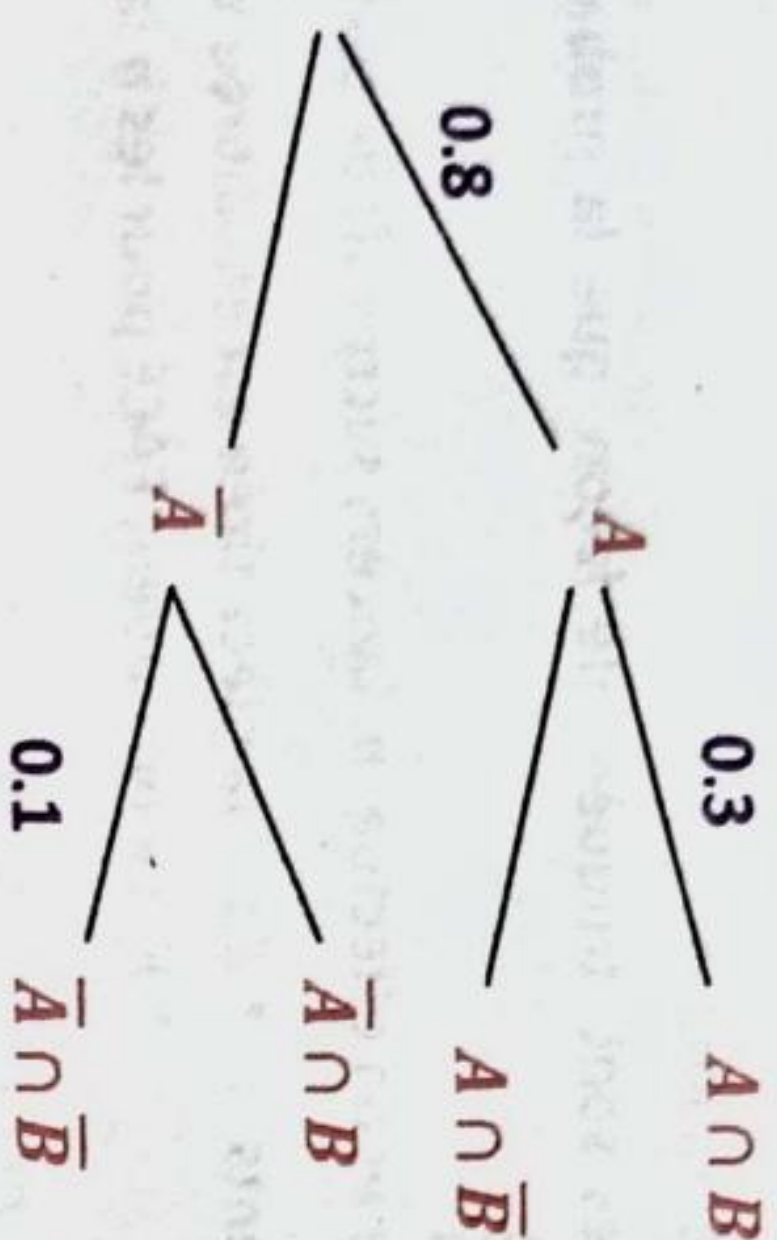




### Exercice 03 : 2017 Contrôle - 3 points

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée

On représente ci-contre, une expérience aléatoire par l'arbre de probabilité



- 1) La probabilité de l'évènement  $\bar{B}$  sachant  $A$  est égale à :  
a) 0.7      b) 0.24      c) 0.11
- 2) La probabilité de l'évènement  $\bar{A} \cap B$  est égale à :  
a) 0.11      b) 0.18      c) 0.92
- 3) La probabilité de l'évènement  $A$  sachant  $B$  est égale à :  
a)  $\frac{3}{7}$       b)  $\frac{5}{7}$       c)  $\frac{4}{7}$

### Exercice 04 : 2012 Principale - 3 points

Un laboratoire de sciences physiques dispose d'un ensemble d'oscilloscopes de même modèle.

La durée de vie, en nombre d'années, d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée  $X$  qui suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda = 0.125$

Dans l'exercice on donnera les résultats à  $10^{-3}$  près par défaut

- 1) a) Montrer que  $P(X > 10) = 0.286$   
b) Calculer la probabilité qu'un oscilloscope ait une durée de vie inférieure à 6 mois

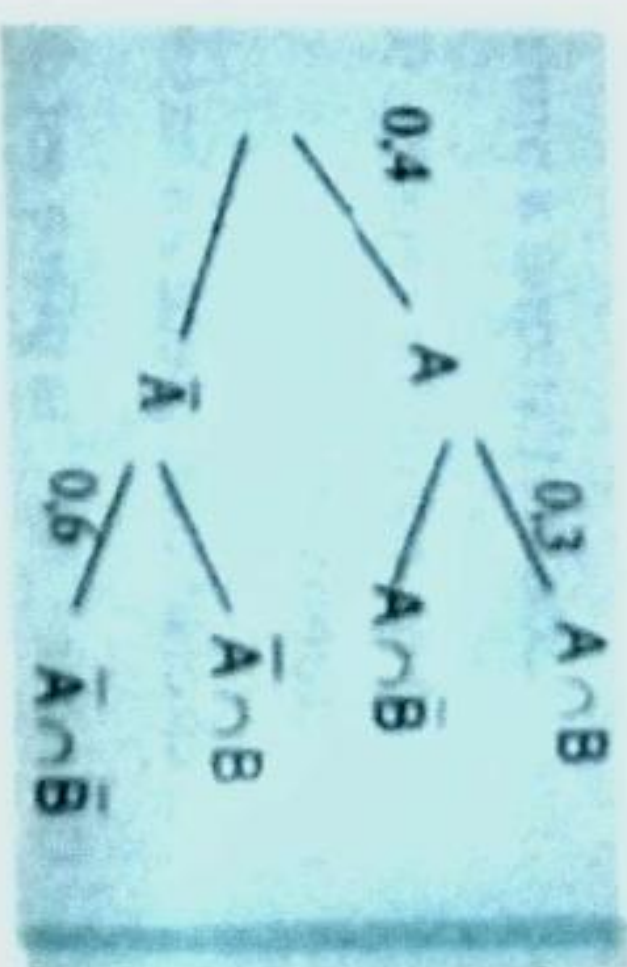
- 2) Le responsable du laboratoire veut commander  $n \geq 2$  oscilloscopes. La durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres.  $p_1$  : la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une vie supérieure à 10 ans  
a) Exprimer  $p_1$  en fonction de  $n$   
b) Combien d'oscilloscopes devrait commander le responsable pour que  $p_1 \geq 0.99$

### Exercice 05 : 2012 Contrôle - 3 points:

Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre de probabilité suivant :

Répondre par "Vrai" ou "Faux" à chacune des affirmations suivantes en justifiant la réponses :

- 1)  $P(\bar{A}) = 0.6$
- 2) La probabilité de  $\bar{B}$  sachant  $A$  est égale à 0.7
- 3)  $P(B) = 0.7$
- 4)  $P(A \cup B) = 0.64$



### Exercice 06 : 2009 Principale - (QCM) - 0.75 point

Un questionnaire à choix multiples (QCM) comporte 4 questions.

Pour chaque question 3 réponses sont proposées dont une seule est exacte.

Un candidat répond au hasard à chacune des quatre questions de ce QCM.

La probabilité pour que ses 4 réponses soient exactes est :

- a)  $\frac{1}{3}$       b)  $\frac{1}{3^4}$       c)  $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^4$

### Exercice 07 : 2008 Principale - (QCM) 1 pt

La durée de vie  $X$ , en année, d'une machine suit une loi exponentielle de paramètre  $0.4$

la probabilité que la machine ne tombe pas en panne avant 10 ans

- est égale à : a)  $e^{-4}$       b)  $1 - 0.4 e^{-4}$       c)  $1 - e^{-4}$



# Ancien Régime

## Exercice 08 : 2008 Contrôle (4 points)

Une urne contient 4 boules rouges et 2 boules blanches indiscernables au toucher.

- 1) On tire simultanément 3 boules et on désigne par  $X$  l'aléa numérique qui à chaque tirage associe le nombre de boules rouges obtenues.  
Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .

- 2) L'urne contient toujours 4 boules rouges et 2 boules blanches.

On considère maintenant l'épreuve  $E$  suivante :

On tire une première boule, puis, sans la remettre dans l'urne, on tire simultanément 2 boules. On considère l'évènement

$A$  : "obtenir deux boules rouges et une boule blanche à la fin des deux tirages"

- a) Montrer que  $p(A) = \frac{3}{5}$   
b) On répète  $n$  fois de suite l'épreuve  $E$  en remettant les boules tirées dans l'urne. Calculer la probabilité  $p$  de l'évènement " $A$  est réalisé au moins une fois"  
c) Déterminer  $n$  pour que l'on ait  $p \geq 0,99$ .

## Exercice 09 : 2007 Contrôle (4 points)

Une urne contient 4 dés indiscernables au toucher.

3 dés sont verts et leurs faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 1 dé est rouge et ses faces sont numérotées 2, 2, 4, 4, 6, 6

- 1) On tire au hasard un dé. Calculer les probabilités des évènements suivants :

$A$  « le dé tiré est rouge » et  $B$  « le dé tiré est vert »

- 2) Une épreuve consiste à tirer un dé puis le lancer trois fois.

Soit l'évènement  $C$  : « Obtenir 3 fois de suite un numéro pair »

Montrer que  $p(C|A) = 1$  et  $p(C|B) = \frac{1}{8}$ . En déduire  $p(C)$ .

- 3) Soit  $X$  l'aléa numérique qui prend pour valeurs le nombre de fois où l'on a obtenu une face dont le numéro est pair.

Déterminer la loi de probabilité de  $X$ . Calculer  $E(X)$  et  $V(X)$

## Exercice 10 : 2006 Contrôle (5 points)

On dispose de deux urnes indiscernables  $U_1$  et  $U_2$ .

$U_1$  contient 2 jetons noirs et 3 jetons blancs.

$U_2$  contient 3 jetons noirs et deux jetons blancs.

- 1) Une 1<sup>ère</sup> épreuve consiste à tirer 1 jeton de  $U_1$  et 1  $J$  de  $U_2$ .

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

$A$  : « Obtenir deux jetons noirs »

$B$  : « obtenir deux jetons de même couleur »

$C$  : « obtenir un jeton blanc et un seul »

- 2) Une 2<sup>ème</sup> épreuve consiste à choisir une urne et à tirer un jeton de cette urne.

a) Montrer que la probabilité de tirer un jeton blanc est  $\frac{1}{2}$

b) Calculer la probabilité de tirer un jeton blanc de  $U_1$  sachant qu'il est blanc.

- 3) On répète la deuxième épreuve  $n$  fois de suite ( $n \geq 2$ ), en remettant à chaque fois le jeton tiré dans son urne d'origine.

Soit  $X$  l'aléa numérique qui est égal au nombre de fois où on a tiré un jeton blanc.

a) Donner la loi de probabilité de  $X$ .

b) Calculer son espérance et sa variance.

c) Montrer que pour tout entier  $n \geq 2$ , la probabilité de tirer deux fois un jeton blanc est supérieure ou égale à  $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

## Exercice 11 : 2005 Contrôle (5 points)

Une urne contient trois boules rouges numérotées : 1, 2, 2 et trois boules blanches numérotées : 1, 1, 2.

Une épreuve consiste à tirer simultanément trois boules de l'urne.

- 1) a) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

$A$  : « avoir trois boules de même couleur »

$B$  : « la somme des nombres inscrits sur les boules tirées est égale à cinq »

b) Soit l'évènement  $C$  : « avoir au moins une boule rouge qui porte le numéro 2 »

Montrer que  $p(C) = \frac{4}{5}$



2) Soit  $X$  l'aléa numérique qui à chaque tirage associe le nombre de boules rouges obtenues portant le numéro 2.

Déterminer la loi de probabilité de  $X$ . Calculer  $E(X)$ .

3) On répète l'épreuve précédente  $n$  fois ( $n \geq 1$ ) et de suite, en remettant après chaque épreuve les boules tirées dans l'urne.

a) Calculer la probabilité  $p_n$  pour que "C" soit réalisé au moins une fois.

b) Déterminer le plus petit entier  $n$  tel que  $p_n \geq 0,99$

### Exercice 12: 2004 Contrôle (4 points)

Une urne contient deux boules blanches numérotées 1 et 2 et trois boules rouges numérotées : 1, 2, 2.

1) On tire simultanément deux boules de l'urne.

a) Calculer la probabilité des événements suivants :

A « Tirer deux boules de couleurs différentes »

B « Tirer deux boules de même numéro »

b) Sachant que les deux boules tirées sont de couleurs différentes, calculer la probabilité pour qu'elles portent le même numéro.

2) Dans cette question, l'épreuve consiste à tirer successivement et sans remise deux boules de l'urne. Soit  $X$  l'aléa numérique qui est égal au nombre de boules rouges tirées au cours de l'épreuve.

Déterminer la loi de probabilité de  $X$  et calculer  $E(X)$

### Exercice 13: 2003 Contrôle (5 points)

Une urne  $U_1$  contient 4 boules blanches et 2 boules noires

et une urne  $U_2$  contient 3 boules blanches et 3 boules noires

Une épreuve consiste à tirer une boule de  $U_1$  que l'on met dans  $U_2$  puis tirer une boule de  $U_2$  que l'on met dans  $U_1$ .

Soient : A, B et C les événements suivants :

A « La boule tirée de  $U_1$  est noire et la boule tirée de  $U_2$  est blanche »

B « La boule tirée de  $U_1$  est noire et la boule tirée de  $U_2$  est noire »

C « à l'issue de cette épreuve les deux urnes  $U_1$  et  $U_2$  se retrouvent chacune avec la configuration de départ, c-à-d que l'urne  $U_1$  contient 4 blanches et 2 noires et l'urne  $U_2$  contient 3 blanches et 3 noires »

1) a) Calculer  $p(A)$  et  $p(B)$

b) Montrer que  $p(C) = \frac{4}{7}$

2) On répète l'épreuve précédente 4 fois et on désigne par  $X$  l'aléa numérique qui prend pour valeurs :

$X = 0$  : si l'événement "C" n'est pas réalisé au cours des quatre épreuves

$X = k$  : si "C" est réalisé pour la première fois à la  $k^{\text{ème}}$  épreuve

a) Déterminer la loi de probabilité de  $X$

b) Calculer l'espérance mathématique de  $X$ .

### Exercice 14: 2002 Principal (54 points)

Une urne contient une boule blanche, une boule rouge et trois boules noires

1) On tire une boule, calculer la probabilité  $p_1$  pour qu'il reste dans l'urne exactement deux couleurs.

2) On tire successivement et sans remise deux boules

Calculer la probabilité  $p_2$  pour qu'il reste dans l'urne exactement 2 couleurs.

3) On tire simultanément deux boules de l'urne.

On désigne par  $X$  : l'aléa qui prend pour valeur le nombre de couleurs qui restent dans l'urne.

a) Déterminer la loi de probabilité de  $X$

b) Calculer l'espérance mathématique de  $X$ .

### Exercice 15: 2001 Contrôle (4 points)

Une urne contient quatre boules rouges et six boules noires.

1) On tire successivement et sans remise trois boules de l'urne.

Calculer la probabilité de l'événement : « la première boule tirée est noire et les deux autres tirées sont rouges »



2) On tire successivement et avec remise trois boules de l'urne.

Calculer la probabilité de l'événement : « la première boule tirée est noire et les deux autres tirées sont rouges »

3) Soit  $E$  l'épreuve qui consiste à tirer simultanément trois boules de l'urne.

Soit l'événement :  $A$  « Obtenir une boule noire et deux boules rouges »

a) Montrer que la probabilité de  $A$  est égale à  $0,3$

b) On répète l'épreuve  $E$ , 5 fois en remettant les trois boules tirées dans l'urne après chaque épreuve et on désigne par  $X$  : l'aléa qui prend pour valeur le nombre de fois où  $A$  est réalisé.

Déterminer la loi de probabilité de  $X$

c) Calculer la probabilité de l'événement : " $1 < X \leq 3$ "

### Exercice 16: 2000 Principal (5 points)

Un sac contient 2 boîtes  $B_1$  et  $B_2$  indiscernables aux touches.

La boîte  $B_1$  contient deux boules rouges et une boule noire.

La boîte  $B_2$  contient deux boules rouges et deux boules noires.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

Une épreuve consiste à tirer du sac, au hasard, l'une des deux boîtes puis tirer et simultanément, deux boules de cette boîte.

Soit les événements :  $A$  : « Obtenir 2 boules de même couleur »

et  $E$  : « Les deux boules tirées sont de  $B_1$  ».

1) a) Montrer que la probabilité de l'événement  $A$  est  $\frac{1}{3}$ .

b) Sachant que les deux boules tirées sont de même couleur, quelle est la probabilité pour qu'elles soient tirées de  $B_1$  ?

2) On répète l'épreuve  $n$  fois, ( $n \geq 2$ ), en remettant à chaque fois, les deux boules tirées dans leur boîte et la boîte dans le sac.

Soit  $X$  : l'aléa numérique qui prend pour valeur le nombre de fois où on obtient deux boules de même couleur.

a) Soit  $k \leq n$ . Calculer  $p(X = k)$

b) Calculer l'espérance mathématique et la variance de  $X$

c) On désigne par  $p_n$  la probabilité d'obtenir, au bout de  $n$  tirages, au moins une fois deux boules de même couleur.

Calculer  $p_n$  en fonction de  $n$ . et déterminer la limite de  $p_n$ .

### Exercice 17: 1998 Contrôle (4 points)

1) a) On lance un dé truqué dont les faces numérotées de 1 à 6.

Sachant que la probabilité d'apparition du  $n^{\circ} 6$  est  $\frac{1}{3}$  et que les autres

numéros ont la même probabilité d'apparition, calculer la probabilité d'apparition pour les numéros de 1 à 5.

b) On lance aussi une pièce de monnaie truquée.

Sachant que la probabilité d'apparition de "Pile" est  $\frac{2}{5}$

Calculer la probabilité de l'autre face.

2) On lance simultanément le dé et la pièce de monnaie et on désigne par  $X$  l'aléa numérique définie comme suit:

\* Si la face "Pile" apparaît en même temps qu'un numéro impair alors  $X = 0$

\* Si la face "Pile" apparaît en même temps qu'un numéro pair alors  $X = 1$

\* Si la face "Face" apparaît alors  $X$  prend pour valeur le numéro du dé.

Déterminer la loi de probabilité de  $X$

3) On répète l'épreuve précédente trois fois de suite et on désigne par  $Y$  le nombre de fois où l'on obtient " $X \geq 5$ "

a) Calculer  $P(Y = 2)$

b) Calculer l'espérance mathématique de  $Y$  et sa variance



### Exercice 18: 1997 Contrôle (5 points)

On considère une pièce de monnaie truquée de sorte que la probabilité d'avoir "Face" soit égale à  $\frac{2}{5}$

1) On lance la pièce de monnaie deux fois de suite

a) Calculer la probabilité d'avoir deux fois "Pile"

b) Calculer la probabilité d'avoir deux fois "Face"

c) Calculer la probabilité d'avoir exactement une fois "Pile"

2) On considère trois urnes :  $U_1$ ;  $U_2$  et  $U_3$

$U_1$  contient 4 boule blanches et 2 boule noires

$U_2$  contient 3 boule blanches et 3 boule noires

$U_3$  contient 2 boule blanches et 4 boule noires

Soit l'épreuve (E) suivante : On lance la pièce de monnaie 2 fois de suite.

Si on obtient : \* deux fois "Pile" on tire simultanément 3 boules de  $U_1$ .

\* "Pile et Face" on tire simultanément 3 boules de  $U_2$ .

\* deux fois "Face" on tire simultanément 3 boules de  $U_3$

a) Soit A « les 3 boules obtenues sont blanches »

Calculer la probabilité de l'événement A

b) On répète l'épreuve (E) cinq fois de suite et on désigne par  $X$  l'aléa numérique prenant pour valeurs le nombre d'épreuves donnant trois boules blanches.

Calculer la probabilité de «  $X = 2$  » puis calculer  $E(X)$ .

### Exercice 19: 1996 Principale (4 points)

Une urne contient 4 boules indiscernables au toucher : 2 boules sont blanches portent les nombres 1 et 2, les 2 autres sont noires et portent les nombres 1 et 2.

Une épreuve consiste à tirer successivement, deux boules de la manière suivante :  
On tire une première boule :

\* si elle est blanche, on la remet et on tire une 2<sup>ème</sup> boule  
\* si elle est noire, on ne la remet pas et on tire une 2<sup>ème</sup>.

1) Soit  $X$  la variable aléatoire qui, à chaque épreuve, associe le nombre de fois où l'on obtient une boule blanche.

a) Donner la loi de probabilité de  $X$

b) Calculer son espérance mathématique.

2) Soit  $Y$  la variable aléatoire qui, à chaque épreuve, associe le produit des nombres marqués sur les 2 boules obtenues.  
Donner la loi de probabilité de  $Y$ .

### Exercice 20: 1995 Principale (5 points)

On dispose de deux dés en apparences identiques dont l'un est parfait et l'autre truqué. Les faces de chacun d'eux sont numérotées de 1 à 6.

Avec le dé truqué, la probabilité d'obtenir la face portant le chiffre 4 lors d'un lancer est égale à  $\frac{1}{3}$ .

1) a) On lance le dé parfait 3 fois de suite et on désigne par  $X$  : la variable aléatoire donnant le nombre de fois où la face portant le "4" apparaît.  
Quelle est la loi de probabilité de  $X$  ?

b) On lance 3 fois de suite le dé truqué. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux fois la face portant le "4" ?

2) On choisit au hasard un dé, les choix étant équiprobables, et on le lance 3 fois.  
On considère les événements :

A : "Obtenir exactement deux fois la face 4"

B : " Choisir le dé truqué et obtenir exactement 2 fois la face 4"

C : " Choisir le dé parfait et obtenir exactement 2 fois la face 4"

a) Calculer les probabilités des événements B et C

b) En déduire la probabilité de l'événement A



### Exercice 21: 1994 Principale (4 points)

Un urne contient : cinq boules blanches, deux boules rouges et trois boules vertes. Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

- 1) On tire simultanément trois boules de l'urne.

Calculer la probabilité des événements suivants :

A : Obtenir trois boules de même couleur

B : Obtenir au moins une boule rouge

- 2) On effectue maintenant un tirage successif de deux boules comme suit :

Si elle est blanche, on la remet et on effectue le 2<sup>ème</sup> tirage.

Si non, on la garde à l'extérieur et on effectue le 2<sup>ème</sup> tirage.

On désigne par  $X$  la variable aléatoire qui, à tout résultat associé, le nombre de boules rouge. Déterminer la loi de probabilité de  $X$  et calculer  $E(X)$ .

### Exercice 22: 1993 Contrôle (4 points)

Une urne contient douze boules dont  $n$  sont noires et les autres sont blanches.

- 1) On suppose que  $n = 5$  et on tire, successivement et sans remise deux boules

a) Calculer la probabilité des événements suivants:

A "La 1<sup>ère</sup> boule est noire et la 2<sup>e</sup> est blanche"

B : "Les deux boules tirées sont blanches"

b) On répète l'épreuve six fois de suite en remettant, à l'issue de chaque épreuve, les deux boules tirées dans l'urne.

On considère l'aléa  $X$  prenant pour valeur le nombre de réalisation de "A". Déterminer la loi de probabilité de  $X$  ainsi que  $E(X)$

- 2) Dans cette question, on suppose que  $n \geq 2$

a) Exprimer, en fonction de  $n$ , la probabilité  $p_n$  de l'événement "A"

b) Déterminer  $n$  pour que  $p_n$  soit maximale.

### Exercice 23: 1992 Contrôle (4 points)

On dispose de deux urnes  $U_1$  et  $U_2$  et d'une pièce de monnaie.

L'urne  $U_1$  contient 3 boules blanches et 2 boules rouges.

L'urne  $U_2$  contient 4 boules blanches et 3 boules rouges.

La pièce de monnaie est truquée de façon que, la probabilité d'obtenir "Face" soit le double de celle d'obtenir "Pile".

- 1) Calculer les probabilités d'obtenir "Face" puis "Pile".

- 2) On considère l'épreuve suivante : On lance la pièce de monnaie :

\* Si "Face" alors on tire simultanément deux boules de  $U_1$

\* Si "Pile" alors on tire simultanément trois boules de  $U_2$ .

a) Quelle est la probabilité d'obtenir une seule blanche ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une blanche ?

c) Quelle est la probabilité d'obtenir trois boules blanches ?

- 3) On répète l'épreuve précédente 4 fois en remettant à chaque fois les boules tirées dans leurs urnes respectives. Soit  $X$  l'aléa numérique, qui prend pour valeurs, le nombre d'épreuve donnant 3 boules blanches.

a) Calculer la probabilité de l'événement " $X = 1$ "

b) Calculer l'espérance mathématique de  $X$

### Exercice 24: 1991 Principale (4 points)

Un sac contient sept jetons indiscernables au toucher, répartis comme suit :

4 jetons blancs numérotés : 1, 2, 2, 2 et 3 jetons noirs numérotés : 1, 1, 2.

- 1) On tire successivement et avec remise 3 jetons du sac.

a) Calculer la probabilité d'avoir trois jetons blancs

b) Calculer la probabilité pour que parmi les 3 jetons tirés il y en ait deux seulement qui portent le numéro 1.

- 2) On tire de nouveau successivement trois jetons de la manière suivante :

\* Si le jeton tiré porte le n° 2, il est remis dans le sac.

\* Si le jeton tiré porte le n° 1, il n'est pas remis dans le sac

a) Calculer la probabilité d'avoir trois jetons blancs

b) Calculer la probabilité pour que deux seulement des trois jetons tirés portent le numéro 1.



# Régime Antérieur

## Exercice 25 : 1991 Contrôle (5 points)

Un sac contient quatre boules blanches numérotées de 1 à 4 ; et quatre boules rouges numérotées de 1 à 4. Toutes ces boules sont indiscernables au toucher.

On tire simultanément et au hasard deux boules du sac.

1) Calculer la probabilité des évènements suivantes:

A : Les deux boules tirées portent le même numéro

B : Chacune des boules tirées porte un numéro pair

C : Une des deux boules tirées porte le numéro 2

2) On répète l'épreuve précédente  $n$  fois (avec  $n \geq 2$ ) en remettant après chaque tirage les boules tirées.

a) Déterminer la probabilité  $p$  pour que chacun des  $n$  tirages donne deux boules de même couleur.

b) Déterminer la probabilité  $q$  pour que, parmi les  $n$  tirages, il y en ait au moins un où les boules sont de couleurs différentes

c) Déterminer  $n$  pour que l'on ait :  $q > 0,99$ .

## Exercice 26 : 1990 Contrôle (5 points)

On lance un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

Ce dé est truqué de façon qu'à chaque jet, la probabilité d'obtenir pair soit égale au double de celle d'obtenir impair.

1) On lance le dé une fois et on désigne par  $p$  la probabilité d'obtenir un nombre impair.

a) Calculer  $p$

b) Déduire la probabilité d'obtenir le nombre 1 puis celle d'obtenir le nombre 2.

2) On lance le dé 3 fois. Calculer les probabilités suivantes :

a) Obtenir exactement deux fois le numéro 2

b) Obtenir au moins deux fois le numéro 2

## Exercice 27 : 1989 Contrôle (4 points)

On considère 2 dés cubiques non truqués. Les faces de l'un sont numérotées de 1 à 6 et celles de l'autre de 2, 2, 2, 3, 4 et 4.

On lance les deux dés simultanément et on désigne par  $X$  : la variable aléatoire qui, à chaque lancer, associe la somme des nombres marqués sur les faces supérieures.

1) Déterminer la loi de probabilité de  $X$

2) Soit l'événement :  $A$  "La somme des nombres marqués est 8".

On répète quatre fois l'épreuve qui consiste à lancer simultanément les deux dés. Calculer la probabilité des évènements suivants:

B : " $A$  est réalisé exactement trois fois".

C : " $A$  est réalisé au moins une fois. "

D : " $A$  est réalisé pour la 1<sup>ère</sup> fois au 3<sup>e</sup> lancer. "

## Exercice 28 : 1986 – Contrôle (5 points)

Une urne contient 2 boules blanches et 4 boules noires.

1) On tire simultanément deux boules de l'urne.

Quelle est la probabilité pour que les 2 boules tirées soient blanches ?

2) On tire 1 boule de l'urne, on la remet et on tire de nouveau une boule.

Quelle est la probabilité pour que l'on obtienne une fois et une seule une boule blanche ?

3) On effectue  $n$  tirages successifs numérotés : 1 ; 2 ; 3 ; ... ;  $n$  en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne.

Soit  $X$  la variable aléatoire définie par :

$X = 0$  si l'on ne tire aucune boule blanche et

$X$  prenant le numéro du premier tirage ayant fourni une boule blanche.

a) Calculer la probabilité  $p_0$  de l'événement " $X = 0$ "

b) Calculer la probabilité  $p_k$  de l'événement " $X = k$ "

c) Calculer  $p_n = \sum p_k$  puis la limite de  $p_n$